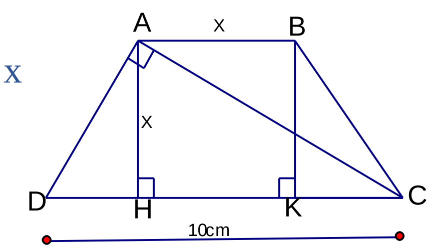
BÀI TẬP NÂNG CAO HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

Bài 1: Cho hình thang cân ABCD, đáy lớn CD = 10cm, đáy nhỏ bằng đường cao, đường chéo vuông góc với cạnh bên . Tính độ dài đường cao của hình thang cân đó.

Bài giải sơ lược:



Kẻ AH $\perp$ CD ; BK $\perp$ CD. Đặt AH = AB = x $\Rightarrow$ HK = x

ΔAHD = ΔBKC (cạnh huyền- góc nhọn)

Suy ra : DH = CK = $\dfrac{10-x}{2}$.

Vậy HC = HK + CK = x + $\dfrac{10-x}{2}$ = $\dfrac{x+10}{2}$

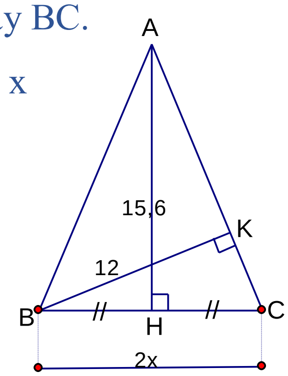
Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác ADC vuông ở A có đường cao AH

Ta có : AH^2 = DH . CH hay $x^2 = \dfrac{10-x}{2}.\dfrac{10+x}{2}$ $\Leftrightarrow 5x^2 = 100$

Giải phương trình trên ta được x = $2\sqrt{5}$ và x = – $2\sqrt{5}$ (loại)

Vậy : AH = $2\sqrt{5}$

Bài 2: Cho tam giác ABC cân tại A, đường cao ứng với cạnh đáy có độ dài 15,6cm, đường cao ứng với cạnh bên dài 12cm. Tính độ dài cạnh đáy BC.



Giải: Đặt BC = 2x, từ tính chất của tam giác cân ta suy ra CH = x

Áp dụng định lí Pitago tính được AC = $\sqrt{15,6^2 + x^2}$

Từ ΔKBC $\backsim$ ΔHAC

$\Rightarrow \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{KB}{AH}$ hay $\dfrac{2x}{\sqrt{15,6^2 + x^2}} = \dfrac{12}{15,6}$

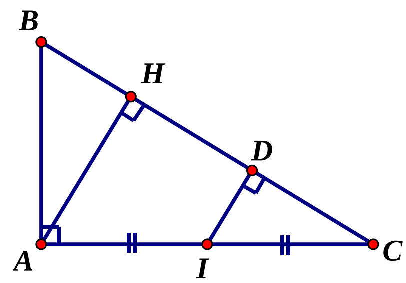
Đưa về phương trình $15,6^2 + x^2 = 6,76x^2$

Giải phương trình trên ta được nghiệm dương x = 6,5

Vậy BC = 2.6,5 = 13(cm)

Bài Tập 3 : Cho $\Delta ABC : A = 90^0$. Qua trung điểm I của AC, dựng ID $\perp$ BC.

Chứng minh : $BD^2 - CD^2 = AB^2$



Giải: Hạ $AH \perp BC$. Ta có : HD = DC (t/c đường trung bình)

Ta có : $BD^2 - CD^2 = (BC - CD)^2 - CD^2$

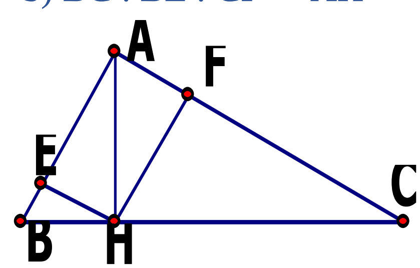
$= BC^2 + CD^2 - 2BC.CD - CD^2$

$= BC^2 - BC.(2CD) = BC^2 - BC.HC$

$= BC^2 - AC^2 = AB^2$

(*Chú ý : $AB^2 = BC^2 - AC^2$)*)

Bài Tập 4 : Cho ΔABC vuông tại A. Đường cao AH, kẻ HE, HF lần lượt vuông góc với AB, AC. Chứng minh rằng: a) $\dfrac{EB}{FC} = \left(\dfrac{AB}{AC}\right)^3$ b) BC . BE . CF = AH^3



Giải: a) Trong ΔAHB có HB^2 = BE . BA (1) ;

ΔAHC có HC^2 = CF . CA (2)

Từ (1) và (2) có : $\dfrac{HB^2}{HC^2} = \dfrac{BE}{FC}.\dfrac{AB}{AC}$. (1)

Trong ΔABC có :AB^2 = BH . BC và AC^2 = HC . BC suy ra

$$\frac{HB}{HC} = \frac{AB^2}{AC^2} \Leftrightarrow \left(\frac{HB}{HC}\right)^2 = \left(\frac{AB}{AC}\right)^4 \qquad (2)$$

Từ (1) và (2). Ta có : $\dfrac{EB}{FC} = \left(\dfrac{AB}{AC}\right)^3$.

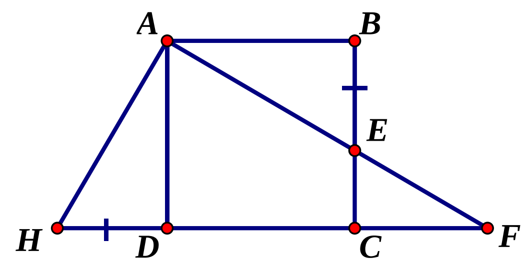
b) $\Delta ABC \backsim \Delta EBH \Rightarrow \dfrac{BE}{BA} = \dfrac{BH}{BC}$.

Thay $BH = \dfrac{AB^2}{BC} \to BE = \dfrac{AB^3}{BC^2}$ (3)

Tương tự ta cũng có $CF = \dfrac{AC^3}{BC^2}$ (4) .

Từ (3) và (4) Ta có : BE .CF = $\dfrac{AB^3.AC^3}{BC^4}$.

Mà AB. AC = BC . AH nên BC . BE . CF = $\frac{AB^3}{BC^2}\cdot\frac{AC^3}{BC^2}\cdot BC=\left(\frac{AB\cdot AC}{BC}\right)^3$ = AH^3



Bài 5: Cho hình vuông ABCD. Qua A, vẽ cát tuyến Bất kì cắt cạnh BC, tia CD lần lượt tại E và F.

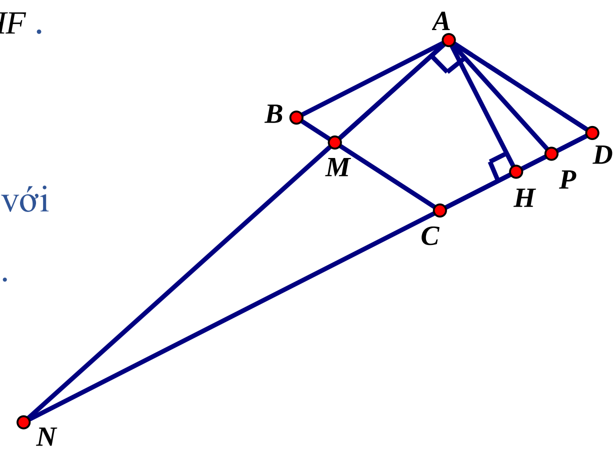
Chứng minh : $\frac{1}{AE^2}+\frac{1}{AF^2}=\frac{1}{AD^2}$.

Giải: Dựng điểm H thuộc tia CD sao cho BE = HD.

Ta có : $\Delta ABE=\Delta ADH$ (c – g –c) $\Rightarrow) AE=AH$.

Áp dụng hệ thức lượng cho $\Delta AHF: HAF=90^0; AD\perp HF$.

Ta có : $\frac{1}{AH^2}+\frac{1}{AF^2}=\frac{1}{AD^2}$ nên $\frac{1}{AE^2}+\frac{1}{AF^2}=\frac{1}{AD^2}$



Bài 6: Cho hình thoi ABCD có $A=120^0$, tia Ax tạo với Tia AB góc $BAx=15^o$, cắt BC, CD lần lượt tại M, N.

Chứng minh: $\frac{1}{AM^2}+\frac{1}{AN^2}=\frac{4}{3AB^2}$

Giải: Từ A, dựng đường thẳng vuông góc với AN Cắt CD tại P, hạ $AH\perp CD$.

Ta có : $\Delta ABM=\Delta ADP$ (g – c – g)

$\Rightarrow) AM=AP$

Áp dụng hệ thức lượng cho $\Delta NAP: NAP=90^0, AH\perp NP$

Ta có : $\frac{1}{AP^2}+\frac{1}{AN^2}=\frac{1}{AH^2}$ nên $\frac{1}{AM^2}+\frac{1}{AN^2}=\frac{1}{AH^2}$ (1)

Mà AH^2 = sinD.AD = $\sin 60^0$.AD = $\frac{\sqrt{3}}{2}AB$ (2)

Thay (2) và (1). Ta có : $\frac{1}{AM^2}+\frac{1}{AN^2}=\frac{1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}AB\right)^2}\Leftrightarrow\frac{1}{AM^2}+\frac{1}{AN^2}=\frac{4}{3AB^2}$

BÀI TẬP PHẦN HỆ THỨC LƯỢNG
TRONG TAM GIÁC VUÔNG (2019-2020)

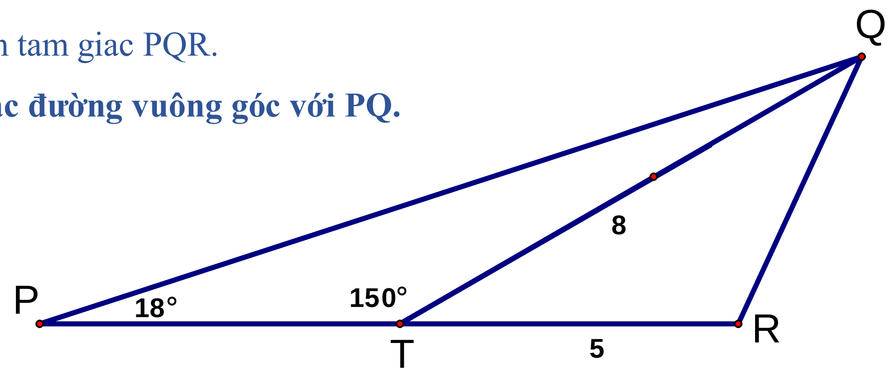
Bài 1: Trong hình vẽ sau biết $AB = 9$, $AC = 6,4$, $AN = 3,6$; $AND = 90^0$, $DAN = 34^0$.

Hãy tính (làm tròn đến số thập phân thứ tư). a) CN   b) ABN c) CAN d) AD.

Bài 2 : Trong hình vẽ sau biết $QPT = 18^0$, $PTQ = 150^0$, $QT = 8$, $TR = 5$.

Hãy tính : a) PT   b) Diện tích tam giac PQR.

Hướng dẫn : Từ T và R hạ các đường vuông góc với PQ.



Bài 3: Cho tam giác ABD vuông tại B, AB = 6 cm, BD = 8 cm. Trên cạnh BD lấy điểm C sao cho BC = 3 cm. Từ D kẻ Dx // AB, nó cắt đường thẳng AC tại E.

a) Tính AD.   b) Tính các góc BAD, BAC.

c) Chứng minh AC là tia phân giác của góc BAD.

d) Chứng minh tam giác ADE cân tại D.

Hướng dẫn câu c: Hạ $CI \perp AD$. Chứng minh : AB = CI.

Bài 4: Cho ΔABC có góc A = 20^0 ; $\hat{B} = 30^0$; AB = 60cm . Đường cao kẻ từ C đến AB cắt AB tại P (hình vẽ) . Hãy tìm

a) Tính AP ? ; BP ?   b) CP ?

Bài 5: Cho △ABC có $A = 60^0$. Kẻ BH ⊥ AC và CK ⊥ AB.

a) chứng minh KH = BC.CosA

b) Trung điểm của BC là M. Chứng minh △MKH là tam giác đều

Hướng dẫn :

Câu a : Từ KH = BC.CosA $\Leftrightarrow KH = BC \cdot \dfrac{AH}{AB} \rightarrow \Delta ABC \backsim \Delta AHK$

Câu b: Vận dụng tính chất đường trung tuyến trong tam giác vuông và chú ý $\widehat{A}=60^0$

Bài 6: Cho $\triangle ABC$ ($\widehat{A}=90^0$). Từ trung điểm E của cạnh AC kẻ EF ⊥ BC.

Nối AF và BE.

a) Chứng minh AF = BE.cosC.

b) Biết BC = 10 cm, sinC = 0,6. Tính diện tích tứ giác ABFE.

c) AF và BE cắt nhau tại O. Tính $\sin\widehat{AOB}$.

Hướng dẫn : Câu a : Tương tự cách giải bài 5.

Câu b: Sử dụng tính chất 2 diện tích miền đa giác hình học 8.

Câu c : Rất khó: Hạ AH, FK vuông góc với BE.Tính $S_{ABFE} = S_{ABE} + S_{BFE}$. Suy ra $\sin\widehat{AOB}$

Bài 7: Cho tam giác vuông ABC ($\widehat{B}=90^0$). Lấy điểm M trên cạnh AC.

Kẻ AH ⊥ BM, CK ⊥ BM.

a) Chứng minh : $CK = BH.\mathrm{tg}\widehat{BAC}$. b) Chứng minh : $\dfrac{MC}{MA}=\dfrac{BH.\mathrm{tg}^2\widehat{BAC}}{BK}$.

Hướng dẫn :

Câu a : Tương tự cách giải bài 5. Câu b: Tiếp tục vận dụng câu a lần 2.

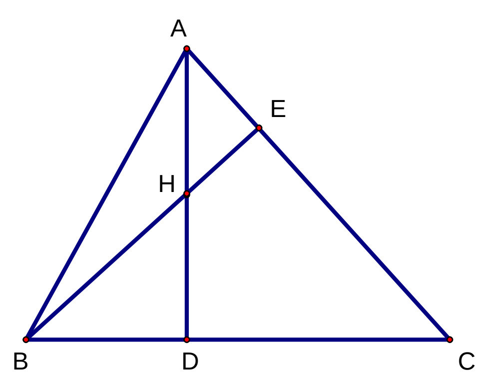
Bài 8: Cho hình bình hành ABCD có đ.chéo AC lớn hơn đ.chéo BD. Kẻ CH ⊥ AD và CK ⊥ AB.

a) Chứng minh $\triangle CKH \backsim \triangle BCA$. b) Chứng minh $HK = AC.\sin\widehat{BAD}$.

c) Tính diện tích tứ giác AKCH biết $\widehat{BAD}=60^0$, AB = 4 cm và AD = 5 cm.

Bài 9: Cho ΔABC, trực tâm H là trung điểm của đường cao AD.

Chứng minh: tgB.tgC = 2.

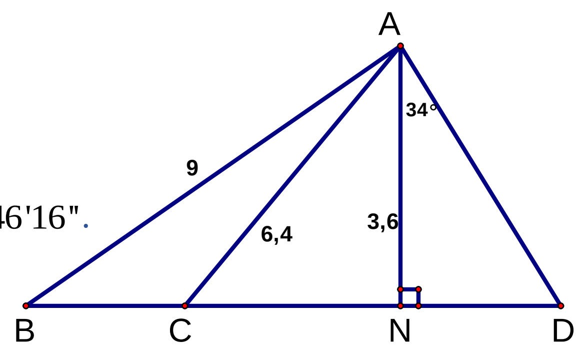


ĐÁP ÁN

<u>Bài 1</u>: Trong hình vẽ sau biết $AB = 9$, $AC = 6,4$, $AN = 3,6$; $AND = 90^0$, $DAN = 34^0$.

Hãy tính (làm tròn đến số thập phân thứ tư). a) CN b) ABN c) CAN d) AD.

Bài giải



a) $CN = \sqrt{AC^2 - AN^2} = \sqrt{6,4^2 - 3,6^2} \approx 5,2915$.

b) $\sin ABN = \dfrac{3,6}{9} = 0,4 \Rightarrow ABN \approx 23^0 34'41"$.

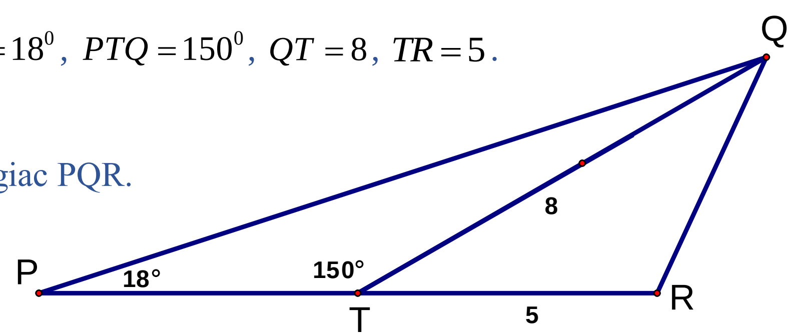
c) $\cos CAN = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{3,6}{6,4} = 0,5625 \Rightarrow CAN = 55^0 46'16"$.

d) $AN = AD.\cos A = AD.\cos 34^0$

$\Rightarrow AD = \dfrac{AN}{\cos 34^0} = \dfrac{3,6}{0,8290} \approx 4,3426$.

Bài 2 : Trong hình vẽ sau biết $QPT = 18^0$, $PTQ = 150^0$, $QT = 8$, $TR = 5$.

Hãy tính : a) PT b) Diện tích tam giac PQR.



Bài giải

a) Xét ΔPTQ, kẻ đường cao TK , ta có $PQT = 180^0 - 150^0 - 18^0 = 12^0$.

$TK = TQ.\sin Q = 8.\sin 12^0$; $TK = PT.\sin P = PT.\sin 18^0 \Rightarrow PT.\sin 18^0 = 8.\sin 12^0$;

$\Rightarrow PT = \dfrac{8.\sin 12^0}{\sin 18^0} \approx 5,3825(cm)$.

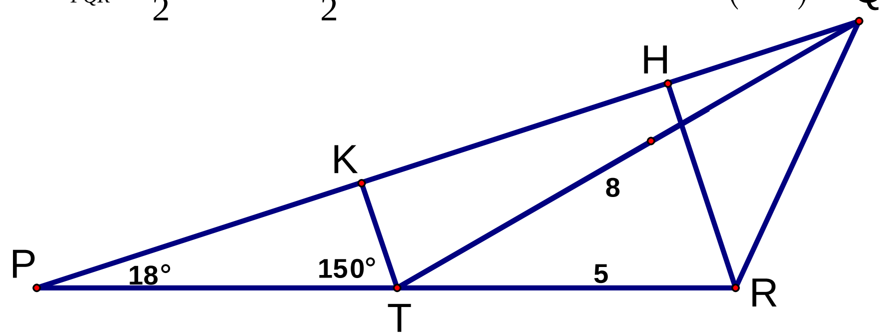
b) Ta có $PR = PT + TR \approx 5,3825 + 5 \approx 10,3825(cm)$;

Kẻ đường cao RH, ta có $RH = PR.\sin P \approx 10,3825.\sin 18^0 \approx 3,2084$.

Xét ΔPTQ, ta có $P = 18^0, Q = 12^0$: $PK = PT.\cos P \approx 5,3825.\cos 18^0 \approx 5,1191$;

$QK = QT.\cos Q \approx 8.\cos 12^0 \approx 7,6085 \Rightarrow PQ = PK + KQ \approx 5,1191 + 7,6085 \approx 12,7276$.

Diện tích tam giác PQR : $S_{PQR} = \frac{1}{2}PQ.RH \approx \frac{1}{2}.12,7276.3,2084 \approx 20,4176\left(cm^2\right)$.

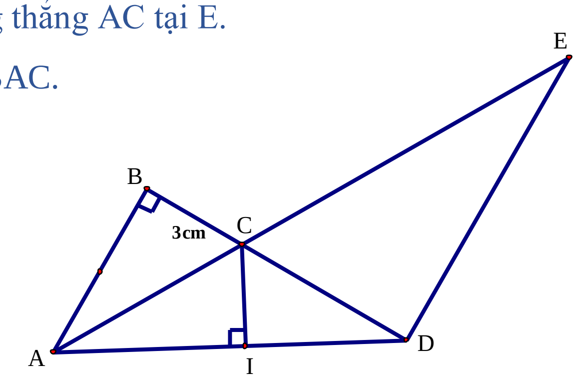


Bài 3: Cho tam giác ABD vuông tại B, AB = 6 cm, BD = 8 cm. Trên cạnh BD lấy điểm C sao cho BC = 3 cm. Từ D kẻ Dx // AB, nó cắt đường thẳng AC tại E.

a) Tính AD. b) Tính các góc BAD, BAC.

c) Chứng minh AC là tia phân giác của góc BAD.

d) Chứng minh tam giác ADE cân tại D.



Giải :a) Áp dụng định lí Pitago. Ta có :

$$AD = \sqrt{AB^2 + BD^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10cm$$

b) Áp dụng tỉ số lượng giác. Ta có :

$$\sin BAD = \frac{BD}{AD} = \frac{8}{10} \Rightarrow BAD \approx 53^0 7'$$

$$tgBAC = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{6} = 0,5 \Rightarrow BAC \approx 26^0 34' \qquad (*)$$

c) Hạ $CI \perp AD$. Ta có : $\Delta ICD \backsim \Delta BAD$ (g-g)

$$\Rightarrow \frac{CI}{AB} = \frac{CD}{AD} \Rightarrow CI = \frac{CD \cdot AB}{AD} = \frac{5 \cdot 6}{10} = 3cm$$

nên $\Delta ABC = \Delta AIC$ (CH-CGV) $\Rightarrow AI = AB = 6cm$

Suy ra : $tgCAI = \frac{CI}{AI} = \frac{1}{2}$ (**)

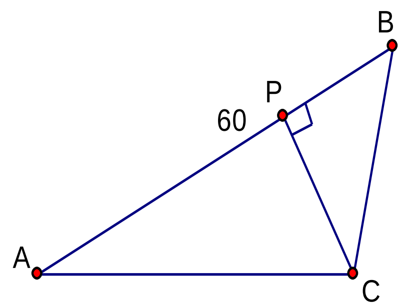
Từ (*) và (**). Ta có : $BAC = IAC$ hay AC là tia phân giác của BAD.

d) Mặt khác : $BAC = E$ (cặp góc soletrong)

nên $E = IAC$ hay ΔADE cân tại D.

Bài 4: Cho ΔABC có góc A = 20^0 ; $\hat{B} = 30^0$; AB = 60cm . Đường cao kẻ từ C đến AB cắt AB tại P (hình vẽ) . Hãy tìm

a) Tính AP ? ; BP ? b) CP ?



Hướng Dẫn

a) Kẻ AH $\perp$ BC ; Δ AHB $\perp$ tại H

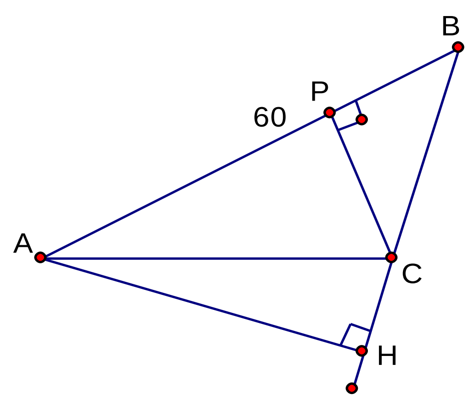
$\Rightarrow$ AH = AB . SinB

$= 60.\text{Sin}30^0 = 60.\frac{1}{2} = 30$

ΔAHC ($\hat{H}$ = 1v)

AH = AC. $\text{Cos}40^0$

$\Rightarrow$ AC = $\frac{AH}{Cos40^0} = \frac{30}{0{,}7660} = 39{,}164$



Δ APC có ($\hat{P}$ = 1v)

AP = AC.Cos 20^0

= 39,164 . 0,9397 = 36,802

PB = AB – AP = 60 – 36,802 = 23, 198

b) Δ APC ($\hat{P}$ = 1v)

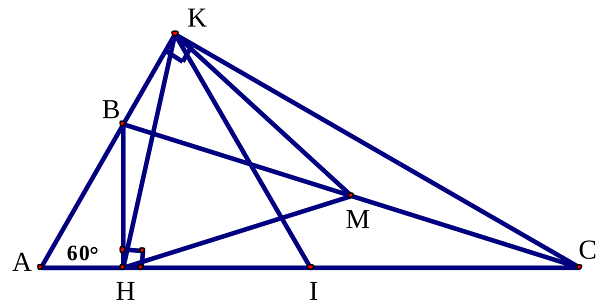
CP = AC. $\text{Sin}20^0$ = 39,164 . 0,342 = 13, 394

Bài 5: Cho $\triangle$ABC có $A = 60^0$. Kẻ BH $\perp$ AC và CK $\perp$ AB.

a) chứng minh KH = BC.CosA

b) Trung điểm của BC là M. Chứng minh △MKH là tam giác đều

<u>Giải</u> : a) $\Delta AHB \backsim \Delta AKC$ (g-g)



$\Rightarrow \dfrac{AH}{AK} = \dfrac{AB}{AC}$ và A chung

Suy ra : $\Delta AHK \backsim \Delta ABC$

Mặt khác : $\Rightarrow \dfrac{AH}{AB} = \dfrac{HK}{BC} \Rightarrow HK = \dfrac{AH}{AB} \cdot BC$

Hay HK = cosA.BC

b) $\Rightarrow HK = \cos 60^0 \cdot BC = \dfrac{1}{2} BC$.

Mặt khác : HM = KM = $\dfrac{1}{2} BC$ (Tính chất đường trung tuyến trong tam giác vuông)

nên HK = HM = KM hay △MKH là tam giác đều.

<u>Bài 6</u>: Cho △ABC ($\hat{A} = 90^0$). Từ trung điểm E của cạnh AC kẻ EF ⊥ BC.

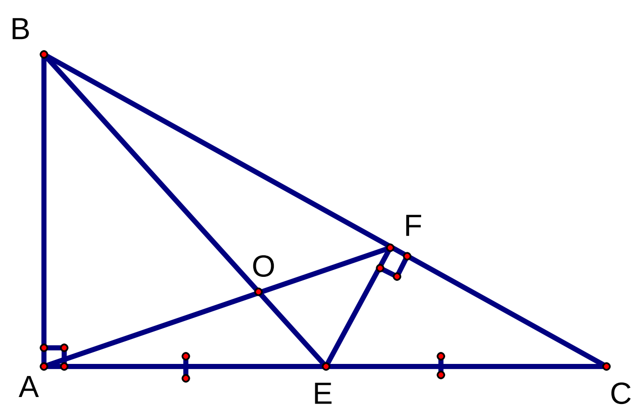
Nối AF và BE.

a) Chứng minh AF = BE.cosC.

b) Biết BC = 10 cm, sinC = 0,6. Tính diện tích tứ giác ABFE.

c) AF và BE cắt nhau tại O. Tính $\sin \widehat{AOB}$.

<u>Giải</u>: a) $\Delta CEF \backsim \Delta CBA$ (g-g)



$\Rightarrow \dfrac{CF}{CE} = \dfrac{AC}{BC}$

nên $\Delta CFA \backsim \Delta CEB$ (c -g- c)

$\Rightarrow \dfrac{AF}{BE} = \dfrac{AC}{BC}$ nên $\dfrac{AF}{BE} = \cos C$

Vậy AF = BE.cosC

b) Vì △ABC ($\hat{A} = 90^0$).

nên AB = SinC. BC = 0,6.10 = 6cm.

$\Rightarrow AC = 8cm$ nên AE = EC = 4cm.

Mặt khác : EF = SinC. EC = 0,6. 4 = 2,4cm.

$\Rightarrow FC = 3,2cm$ (Định lí Pitago)

$S_{ABFE} = S_{ABC} - S_{CFE}$

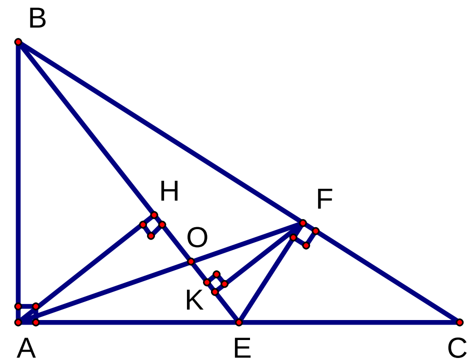
$= \frac{1}{2}\cdot\left(AB\cdot AC - \mathrm{EF}\cdot FC\right) = \frac{1}{2}\left(6\cdot 8 - 2,4\cdot 3,2\right)$ = 20,16 (cm^2)

c) Hạ AH ⊥ BE; FK ⊥ BE.

Ta có : $S_{ABFE} = S_{ABE} + S_{BFE}$

$= \frac{1}{2}\cdot\left(AO\cdot SinAOB\cdot BE + \mathrm{OF}\cdot \mathrm{sinAOB}\cdot BE\right)$

$= \frac{1}{2}\mathrm{sinAOB}\cdot BE\left(AO + \mathrm{OF}\right) = \frac{1}{2}\sin AOB\cdot BE\cdot \mathrm{AF}$ (1)



mà + BE = $\sqrt{52}$ (Định lí Pitago) (2)

+ $\Delta ABC \backsim \Delta FEC$ (g - g)

$\Rightarrow \frac{AC}{FC} = \frac{BC}{EC}$ và C chung nên $\Delta ACF \backsim \Delta BCE$ (c-g-c)

nên $\frac{\mathrm{AF}}{BE} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \mathrm{AF} = \frac{AC}{BC}\cdot BE = \frac{8}{10}\cdot\sqrt{52}$ (3)

Từ (1), (2) và (3). Ta có :

SinAOB = $\frac{2\cdot S_{ABFE}}{BE\cdot \mathrm{AF}} = \frac{2\cdot 20,16}{\sqrt{52}\cdot 0,8\cdot\sqrt{52}} = \frac{63}{65}$

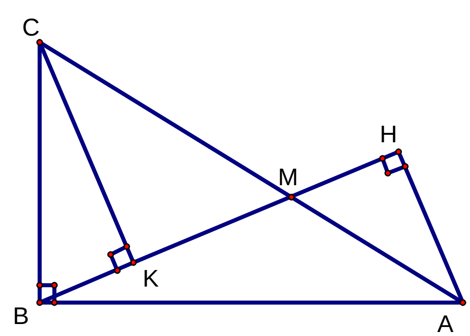
Bài 7: Cho tam giác vuông ABC ($\hat{B} = 90^0$).

Lấy điểm M trên cạnh AC.

Kẻ AH ⊥ BM, CK ⊥ BM.

a) Chứng minh : CK = BH.tg$\widehat{BAC}$.

b) Chứng minh : $\frac{\mathrm{MC}}{\mathrm{MA}} = \frac{\mathrm{BH.tg^2}\widehat{BAC}}{\mathrm{BK}}$.



Giải: a) Ta có : $\Delta AHB \backsim \Delta BKC$ (g - g)

Vì $\hat{K} = \hat{H} = 90^0$; $\widehat{BCK} = \widehat{ABH}$ (cùng phụ với $\widehat{CBK}$)

$$\Rightarrow \frac{CK}{BH} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow CK = BH \cdot \frac{BC}{AB} = BH \cdot tg\widehat{BAC}$$

b) Từ câu a), ta có : $CK = BH.tg\widehat{BAC}$

mà $\frac{MC}{MA} = \frac{CK}{AH}$ Suy ra : $\frac{MC}{MA} = \frac{BH.tg\widehat{BAC}}{AH}$ (1)

Mặt khác : $\Delta AHB \backsim \Delta BKC$ (g - g)

$$\Rightarrow \frac{BK}{AH} = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{AH} = \frac{BC}{AB \cdot BK} = \frac{tg\widehat{BAC}}{BK} \quad (2)$$

Thay (2) vào (1). Ta có : $\frac{MC}{MA} = \frac{BH.tg^2\widehat{BAC}}{BK}$

<u>Bài 8</u>: Cho hình bình hành ABCD có đ.chéo AC lớn hơn đ.chéo BD. Kẻ CH ⊥ AD và CK ⊥ AB.

a) Chứng minh △CKH $\backsim$ △BCA.

b) Chứng minh $HK = AC.\sin\widehat{BAD}$.

c) Tính diện tích tứ giác AKCH

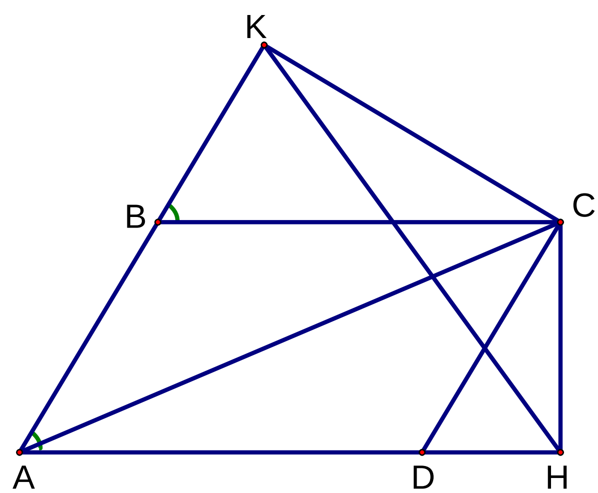
biết $\widehat{BAD} = 60^0$, AB = 4 cm và AD = 5 cm.

<u>GIẢI</u>:

a) $\Delta BKC \backsim \Delta DHC$ (g - g)

Vì $\hat{K} = \hat{H} = 90^0$; $\hat{D} = \hat{B}$ (cùng bằng $\hat{A}$)

$\frac{KC}{HC} = \frac{BC}{DC}$ hay $\frac{KC}{HC} = \frac{BC}{AB}$ (*)



Mặt khác : Xét tứ giác AKCH

Ta có : $\hat{A} + \widehat{HCK} = 180^0$; $\hat{A} + \widehat{ABC} = 180^0$

Suy ra : $\widehat{ABC} = \widehat{HCK}$ (**)

Từ (*) và (**). Ta có : △CKH $\backsim$ △BCA(c-g-c).

b) $\Rightarrow \frac{HK}{AC} = \frac{CK}{BC} \Rightarrow HK = AC \cdot \frac{CK}{BC} = AC \cdot \sin\widehat{KBC}$

mà $\widehat{BAD} = \widehat{KBC}$ (cặp góc đồng vị) nên $HK = AC \cdot \sin BAD$

c) S$_{AKCH}$ = S$_{ABCH}$ + S$_{BKC}$ $= \dfrac{BC + AH}{2} \cdot CH + \dfrac{BK \cdot CK}{2}$

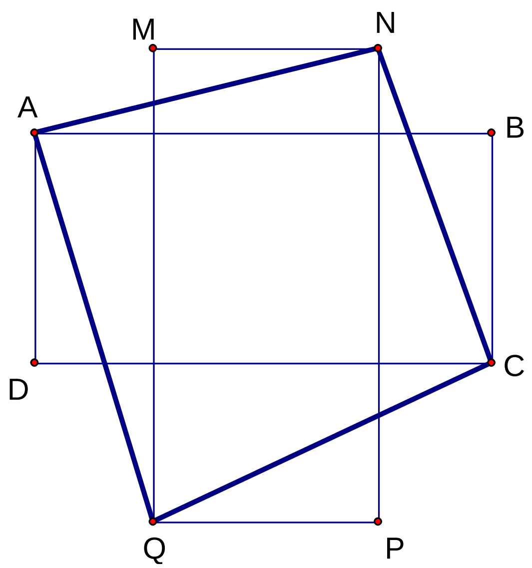
$= \dfrac{BC + AD + CosA \cdot AB}{2} \cdot SinA \cdot AB + \dfrac{CosA \cdot BC \cdot SinA \cdot BC}{2}$

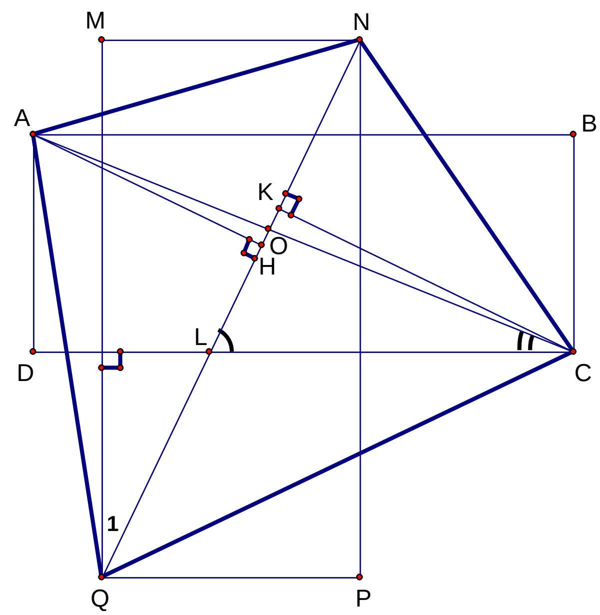
$= \dfrac{5 + 5 + 4 \cdot Cos60^0}{2} \cdot 4 \cdot Sin60^0 + \dfrac{Cos60^0 \cdot 5 \cdot Sin60^0 \cdot 5}{2}$

$=2. \ (10+4\cos60^0).\sin60^0 + \dfrac{25 \cdot \sin 60^0 \cdot \cos60^0}{2} \approx 26.2$

Bài 9: Cho hai hình chữ nhật có 2 kích thước 3 và 5; 4 và 6 được đặt sao cho các cạnh hình chữ nhật song song với nhau.

Tính diện tích tứ giác?





Giải: Ta có : S$_{ANCQ}$ = S$_{ANQ}$ + S$_{CNQ}$ $= \dfrac{1}{2} \cdot (AH \cdot NQ + CK \cdot NQ)$

mà AH = $CosOAH \cdot AO$; $CK = CosOCK \cdot CO$;

+ $OAH = OCK$ (cặp góc soletrong)

$\Rightarrow S_{ANCQ} = \dfrac{1}{2} \cdot CosOAH \cdot NQ \cdot (AO + OC) = \dfrac{1}{2} \cdot CosOAH \cdot AC \cdot NQ$

Ta chứng minh số đo OAH không đổi.

Thật vậy : $OAH = 90^0 - AOH = 90^0 - \left(OCD + OLC\right)$ (Tính chất góc ngoài đỉnh O)

mà $OLC = 90^0 - MQN$

Suy ra : $OAH = 90^0 - \left(OCD + 90^0 - MQN\right) = MQN - OCD$ (Cố định)

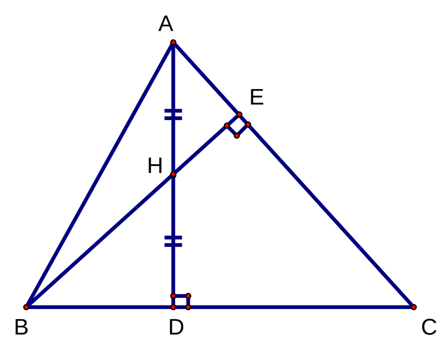
Vậy $S_{ANCQ} = \frac{1}{2} \cdot CosOAH \cdot AC \cdot NQ = \frac{1}{2} \cdot Cos\left(MQN - OCD\right) \cdot AC \cdot NQ$

Và tgMQN = $\frac{MN}{NQ} = \frac{3}{5} \Rightarrow MQN \approx 30^0 57'; \ OCD = 33^0 41'$

Vậy : $S_{ANCQ} = \frac{1}{2} \cdot Cos2^0 44' \cdot \sqrt{34} \cdot \sqrt{52} \approx 20,9998 \approx 21$ (cm^2)

Bài 10: Cho ΔABC, trực tâm H là trung điểm của đường cao AD.

Chứng minh: tgB.tgC = 2.



Giải : $tgB = \frac{AD}{BD}$; $tgC = \cot gDBH = \frac{BD}{HD}$

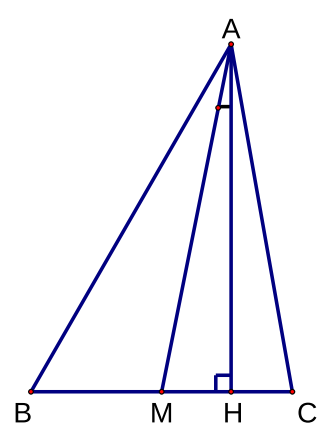
nên tgB.tgC = $\frac{AD}{BD} \cdot \frac{BD}{HD} = \frac{AD}{HD}$

mà AD = 2HD

nên tgB.tgC = $= \frac{2 \cdot HD}{HD} = 2$

Bài tập 11: Cho $\Delta ABC : B = 60^0; C = 80^0$. Tính số đo góc tạo bởi đường cao AH và trung tuyến AM.

Giải:



Ta có : tgα = $\frac{MH}{AH}$

Mặt khác : BH - HC = (BM + MH) - (MC - MH)

= 2MH.

$\Rightarrow MH = \frac{BH - HC}{2}$

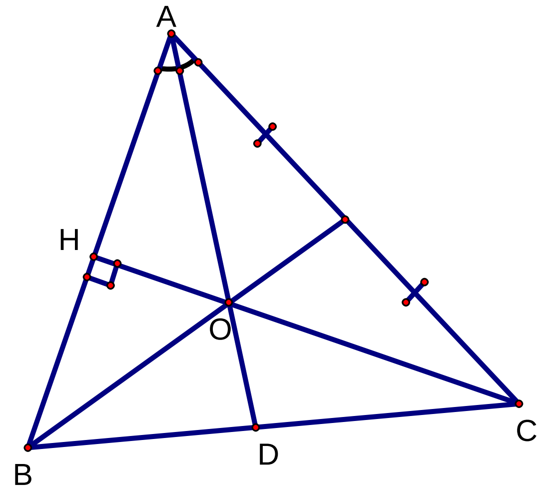
mà $BH = \dfrac{AH}{tgB}$; $HC = \dfrac{AH}{tgC}$

nên MH = $\dfrac{AH \cdot \left(\dfrac{1}{tgB} - \dfrac{1}{tgC}\right)}{2}$

Vậy $tg\alpha = \dfrac{AH \cdot \left(\dfrac{1}{tgB} - \dfrac{1}{tgC}\right)}{2 \cdot AH} = \dfrac{1}{2} \cdot \left(\dfrac{1}{tgB} - \dfrac{1}{tgC}\right)$

$\Rightarrow \alpha \approx 11^0 20'$

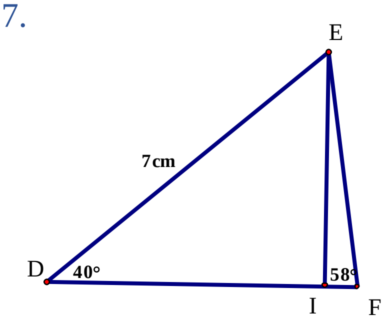
Bài 12: Cho ΔABC, phân giác AD, đường cao CH và trung tuyến BM gặp nhau tại một điểm. Chứng minh : CosA = bCosB.



Bài 13: a) Cho tam giác DEF có ED = 7 cm, $D = 40^0$, $F = 58^0$. Kẻ đường cao EI của tam giác đó. Hãy tính:

a) Đường cao EI. b) Cạnh EF.

b) Giải tam giác vuông ABC, biết rằng $A = 90^0$, AB = 5, BC = 7.



Giải: a) Áp dụng hệ thức lượng . Ta có :

+ EI = sinD. DE = sin 40^0.7 $\approx 4,5$ (cm)

+ EF = $\dfrac{EI}{SinF} \approx \dfrac{4,5}{Sin58^0} \approx 5,3$ (cm)

b) $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{7^2 - 5^2} \approx 4,9(cm)$

CosB $=\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{5}{7} \Rightarrow B\approx 44^0 25'$

+ $C=90^0-B\approx 45^0 35'$

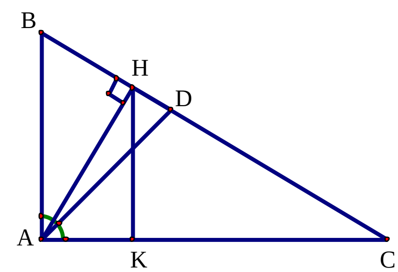
<u>Bài 14</u>: Cho $\Delta ABC: A=90^0; AB=5cm;\quad BC=13cm$. Vẽ phân giác AD, đường cao AH.

a) Tính độ dài đoạn thẳng BD; DC.

b) Từ H, kẻ HK $\perp$ AC. Chứng minh : $\Delta ABC \backsim \Delta KAH$.

c) Tính độ dài đoạn thẳng AK và KC ?

Giải :



a) Áp dụng định lí Pitago, ta có :

$AC^2=\sqrt{BC^2-AB^2}=12cm$

+ Áp dụng tính chất đường phân giác, ta có :

$\dfrac{BD}{AB}=\dfrac{CD}{AC} \Rightarrow \dfrac{BD}{AB}=\dfrac{CD}{AC}=\dfrac{BC}{AB+AC}=\dfrac{13}{17}$

Suy ra : $BD=\dfrac{13}{17}\cdot 5=3\dfrac{14}{17}cm$.   CD = $\dfrac{13}{17}\cdot 12=9\dfrac{3}{17}cm$

b) $\Delta ABC \backsim \Delta KAH$ (g-g)

c) Ta có : AH .BC = AB .AC $\Rightarrow AH=\dfrac{AB\cdot AC}{BC}=\dfrac{60}{13}=3\dfrac{9}{17}cm$

Từ $\Delta ABC \backsim \Delta KAH$

$\Rightarrow \dfrac{AB}{AK}=\dfrac{BC}{AH} \Rightarrow AK=\dfrac{AB\cdot AH}{BC}=1\dfrac{131}{169}cm;\quad KC=10\dfrac{38}{169}cm$

7. Cho tam giác ABC có chiều cao AH và phân giác trong BD cắt nhau tại E . Cho biết AH = 5 ; BD = 6 và EH = 1 .Tính gần đúng (chính xác đến 4 chữ số thập phân) độ dài các cạnh của tam giác ABC .

ĐS : $AB\approx 5,1640$; $BC\approx 14,3115$; $AC\approx 13,9475$

a) Áp dụng tính chất đường phân giác, ta có :

$$\frac{BH}{AB}=\frac{EH}{EA}=\frac{1}{4}$$

Vậy CosB = 0,25 $\Rightarrow B\approx 75^0 31^{'} 21"$

$$\Rightarrow \frac{B}{2}\approx 37^0 45'$$

+ $SinB=\frac{\sqrt{15}}{4}$ nên AB = $\frac{AH}{SinB}=\frac{5.4}{\sqrt{15}}\approx 5{,}164$

+ Áp dụng công thức tính chiều dài đường phân giác trong. Ta có :

$BD=\frac{2AB\cdot BC\cdot Cos\frac{B}{2}}{AB+BC}$ hay $6=\frac{2\cdot 5{,}164\cdot x\cdot Cos37^0 45'}{5{,}164+x}$

$$\Rightarrow BC=x=\frac{6\cdot 5{,}164}{2\cdot 5{,}164\cdot cos37^0 45'-6}\approx 14{,}3115$$

AC = $\sqrt{AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot CosB}\approx 13{,}9475$