

## NHỮNG HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ

**A. Bình phương của một tổng, bình phương của một hiệu và hiệu hai bình phương.**

**I. Lý thuyết:**

**1. Bình phương của một tổng:**

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

**2. Bình phương của một hiệu**

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

**3. Hiệu hai bình phương**

$$A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$$

**II. Các dạng bài:**

**1. Dạng 1: Thực hiện phép tính**

**a. Phương pháp giải:**

Sử dụng trực tiếp các hằng đẳng thức đã học để khai triển các biểu thức

**b, Ví dụ minh họa:**

VD1: Thực hiện phép tính:

a,  $(x - 2)^2$

$$= x^2 - 2.x.2 + 2^2$$

$$= x^2 - 4x + 4$$

b,  $(2x + 1)^2$

$$= (2x)^2 + 2.2x.1 + 1^2$$

$$= 4x^2 + 4x + 1$$

c,  $(3x - 1)(3x + 1)$

$$= (3x)^2 - 1^2$$

$$= 9x^2 - 1$$

VD2: Viết các biểu thức sau dưới dạng bình phương một tổng hoặc bình phương một hiệu:

a,  $4x^2 + 4x + 1$

b,  $x^2 - 8x + 16$

Giải:

$$a, 4x^2 + 4x + 1$$

$$= 2x^2 + 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1^2$$

$$= (2x + 1)^2$$

$$b, x^2 - 8x + 16$$

$$= x^2 - 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2$$

$$= (x - 4)^2$$

## 2. Dạng 2: Chứng minh các đẳng thức

### a. Phương pháp giải:

Áp dụng linh hoạt các hằng đẳng thức, lựa chọn vế có thể dễ dàng áp dụng các hằng đẳng thức.

### b. Ví dụ minh họa:

Chứng minh các đẳng thức sau:

$$a, x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$$

$$\text{Xét VP} = (x + y)^2 - 2xy$$

$$= x^2 + 2xy + y^2 - 2xy$$

$$= x^2 + y^2 = \text{VT (đpcm)}$$

$$b, a - b^2 = a + b^2 - 4ab$$

$$\text{Xét VP} = a + b^2 - 4ab$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 - 4ab$$

$$= a^2 - 2ab + b^2$$

$$= (a - b)^2 = \text{VT (đpcm)}$$

$$c, 4x^2 + 1 = (2x - 1)^2 + 4x$$

$$\text{Xét VP} = (2x - 1)^2 + 4x$$

$$= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1^2 + 4x$$

$$= 4x^2 - 4x + 1 + 4x$$

$$= 4x^2 + 1 = \text{VT (đpcm)}$$

### 3. Dạng 3: Tính nhanh

#### a. Phương pháp giải:

Áp dụng linh hoạt các hằng đẳng thức cho các số tự nhiên

#### b. Ví dụ minh họa:

Tính nhanh:

$$a, 22^2 = 20 + 2^2$$

$$= 20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 2 + 2^2$$

$$= 400 + 80 + 4$$

$$= 484$$

$$b, 99^2 = (100 - 1)^2$$

$$= 100^2 - 2 \cdot 100 \cdot 1 + 1^2$$

$$= 10000 - 200 + 1$$

$$= 9801$$

$$c, 19 \cdot 21 = (20 - 1)(20 + 1)$$

$$= 20^2 - 1^2$$

$$= 400 - 1$$

$$= 399$$

### 4. Dạng 4: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức

#### a. Phương pháp giải:

Sử dụng các hằng đẳng thức và cần chú ý:

$$A^2 \geq 0 \text{ và } -A^2 \leq 0$$

#### b. Ví dụ minh họa:

a, Chứng minh  $9x^2 - 6x + 3$  luôn dương với mọi  $x$

Giải:

$$\text{Xét: } 9x^2 - 6x + 3 = 9x^2 - 6x + 1 + 2$$

$$= (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 1 + 1^2 + 2$$

$$= (3x + 1)^2 + 2$$

Ta có:  $(3x + 1)^2 \geq 0$  với mọi  $x$

$$\Rightarrow (3x + 1)^2 + 2 \geq 2 > 0 \text{ với mọi } x$$

Vậy  $9x^2 - 6x + 3$  luôn dương với mọi  $x$

b, Chứng minh:  $-x^2 - 4x - 7$  luôn âm với mọi  $x$

$$\text{Xét: } -x^2 - 4x - 7 = -x^2 - 4x - 4 - 3$$

$$= -(x^2 + 4x + 4) - 3$$

$$= -(x + 2)^2 - 3$$

Ta có:  $(x + 2)^2 \geq 0$  với mọi  $x$

$$\Rightarrow -(x + 2)^2 \leq 0 \text{ với mọi } x$$

$$\Rightarrow -(x + 2)^2 - 3 \leq -3 < 0 \text{ với mọi } x$$

Vậy  $-x^2 - 4x - 7$  luôn âm với mọi  $x$ .

c, Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $M = x^2 - 3x + 5$

Ta có:

$$M = x^2 - 3x + 5$$

$$= x^2 - 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 5$$

$$= \left[ x^2 - 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 \right] - \frac{9}{4} + 5$$

$$= \left[ x^2 - 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 \right] + \frac{11}{4}$$

$$= \left( x - \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{11}{4}$$

Ta có:  $\left( x - \frac{3}{2} \right)^2 \geq 0$  với mọi  $x$

$$\Rightarrow \left( x - \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{11}{4} \geq \frac{11}{4} \text{ với mọi } x$$

$$\Rightarrow M_{\min} = \frac{11}{4} \text{ khi } \left( x - \frac{3}{2} \right)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{3}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $M = \frac{11}{4}$  đạt được khi  $x = \frac{3}{2}$

## **B. Lập phương của một tổng hoặc một hiệu:**

### **I. Lý thuyết:**

#### **1. Lập phương của một tổng:**

$$A + B^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$$

#### **2. Lập phương của một hiệu:**

$$A - B^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$$

### **II. Các dạng bài:**

#### **1. Dạng 1: Sử dụng hằng đẳng thức để khai triển và rút gọn biểu thức và tính giá trị biểu thức:**

##### **a. Phương pháp giải:**

Sử dụng hằng đẳng thức đã học để khai triển và rút gọn biểu thức.

##### **b. Ví dụ minh họa:**

VD1: Thực hiện phép tính:

$$\begin{aligned} \text{a, } & (2x - 1)^3 \\ &= 2x^3 - 3.(2x)^2.1 + 3.2x.1^2 - 1^3 \\ &= 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b, } & (x + 4)^3 \\ &= x^3 + 3.x^2.4 + 3.x.4^2 + 4^3 \\ &= x^3 + 12x^2 + 48x + 64 \end{aligned}$$

VD2: Rút gọn biểu thức:

$$\begin{aligned} A &= (3x - 1)^3 - 4x(x - 2) + (2x - 1)^2 \\ &= 3x^3 - 3.3x^2.1 + 3.3x.1^2 - 1^3 - 4x^2 + 8x + 4x^2 - 4x + 1 \\ &= 27x^3 - 27x^2 + 9x - 1 + 4x + 1 \\ &= 27x^3 - 27x^2 + 13x \end{aligned}$$

$$B = (x + 1)^3 - 2x^2(x - 2) + x^3$$

$$= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - 2x^3 + 4x^2 + x^3$$

$$= 7x^2 + 3x + 1$$

VD3: Viết các biểu thức sau dưới dạng lập phương một tổng hoặc lập phương một hiệu:

a,  $x^3 + 12x^2 + 48x + 64$

b,  $\frac{8}{27}x^3 - \frac{8}{3}x^2y + 8xy^2 - 8y^3$

Giải:

a,  $x^3 + 12x^2 + 48x + 64$

$$= x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 4 + 3 \cdot x \cdot 4^2 + 4^3$$

$$= (x + 4)^3$$

b,  $\frac{8}{27}x^3 - \frac{8}{3}x^2y + 8xy^2 - 8y^3$

$$= \left(\frac{2}{3}x\right)^3 - 3 \cdot \left(\frac{2}{3}x\right)^2 \cdot 2y + 3 \cdot \frac{2}{3}x \cdot (2y)^2 - (2y)^3$$

$$= \left(\frac{2}{3}x - 2y\right)^3$$

VD4: Tính giá trị các biểu thức sau:

a,  $A = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$  tại  $x = 48$

b,  $B = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$  tại  $x = 1001$

Giải:

a,  $A = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

Ta có:  $A = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

$$= x^3 + 3x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 + 2^3$$

$$= (x + 2)^3$$

Thay  $x = 48$  vào biểu thức A ta được:

$$A = (48 + 2)^3 = 50^3 = 125000$$

b,  $B = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$  tại  $x = 101$

Ta có  $B = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

$$= x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 1 + 3 \cdot x \cdot 1^2 - 1^3$$

$$= (x - 1)^3$$

Thay  $x = 1001$  vào biểu thức B ta được:

$$B = (101 - 1)^3 = 100^3 = 1000000$$

## **2. Dạng 2: Sử dụng hằng đẳng thức để tính nhanh:**

### **a. Phương pháp giải:**

Sử dụng linh hoạt các hằng đẳng thức để tính nhanh

### **b. Ví dụ minh họa:**

Tính nhanh:

a,  $199^3$

$$= 200 - 1^3$$

$$= 200^3 - 3 \cdot 200^2 \cdot 1 + 3 \cdot 200 \cdot 1^3 - 1^3$$

$$= 8000000 - 120000 + 600 - 1$$

$$= 7880599.$$

b,  $101^3$

$$= 100 + 1^3$$

$$= 100^3 + 3 \cdot 100^2 \cdot 1 + 3 \cdot 100 \cdot 1^2 + 1^3$$

$$= 1000000 + 30000 + 300 + 1$$

$$= 1030301$$

## **C. Tổng hoặc hiệu hai lập phương:**

### **I. Lý thuyết:**

#### **1. Tổng hai lập phương:**

$$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$$

#### **2. Hiệu hai lập phương:**

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$$

### **II. Các dạng bài:**

#### **1. Dạng 1: Sử dụng hằng đẳng thức để rút gọn và khai triển biểu thức:**

##### **a. Phương pháp giải:**

Sử dụng các hằng đẳng thức đã học để khai triển hoặc rút gọn biểu thức.

##### **b. Ví dụ minh họa:**

VD1: Thực hiện phép tính:

$$a, x^3 + 64$$

$$= x^3 + 4^3$$

$$= (x + 4)(x^2 + 4x + 4^2)$$

$$= (x + 4)(x^2 + 4x + 16)$$

$$b, 8x^3 - 27$$

$$= (2x)^3 - 3^3$$

$$= (2x - 3)[(2x)^2 + 2x \cdot 3 + 3^2]$$

$$= (2x - 3) 4x^2 + 6x + 9$$

VD2: Rút gọn biểu thức:

$$a, x - 2^3 + x + 1^3$$

$$= x - 2 + x + 1 [(x - 2)^2 - (x - 2)(x + 1) + (x + 1)^2]$$

$$= (2x - 1)[x^2 - 4x + 4 - x^2 - x - 2 + x^2 + 2x + 1]$$

$$= (2x - 1)(x^2 - x + 7)$$

$$= 2x^3 - 2x^2 + 14x - x^2 + x - 7$$

$$= 2x^3 - 3x^2 + 15x - 7$$

$$b, (3x + 4)(9x^2 - 12x + 16)$$

$$= (3x + 4)[(3x)^2 - 3 \cdot 4x + 4^2]$$

$$= 3x^3 + 4^3$$

$$= 27x^3 + 64$$

## 2. Dạng 2: Sử dụng hằng đẳng thức để tính nhanh

### a, Phương pháp giải:

Sử dụng các hằng đẳng thức đã học để phân tích và tính

Chú ý thêm:

$$A^3 + B^3 = (A + B)^3 - 3AB(A + B)$$

$$A^3 - B^3 = (A - B)^3 + 3AB(A - B)$$

### b, Ví dụ minh họa:

Tính nhanh:

a,  $20^3 + 1$

$$= (20 + 1)(20^2 - 20 + 1)$$

$$= 21.(400 - 20 + 1)$$

$$= 8400 - 420 + 21$$

$$= 7980 + 21$$

$$= 8001$$

b,  $52^3 - 8$

$$= 52^3 - 2^3$$

$$= (52 - 2)^3 + 3.52.2.(52 - 2)$$

$$= 50^3 + 6.52.50$$

$$= 125000 + 300.52$$

$$= 125000 + 15600$$

$$= 140600$$

c,  $19^3$

$$= (20 - 1)^3$$

$$= 20^3 - 1^3 - 3.20.1(20 - 1)$$

$$= 8000 - 1 - 60.19$$

$$= 8000 - 1 - 1140$$

$$= 6859$$

### III. Bài tập tự luyện:

#### Bài 1: Thực hiện phép tính:

a,  $x - 4^2$

b,  $3x + 2^2$

c,  $2x - 3^2$

d,  $(x - 4)(x + 4)$

ĐS:

a,  $x - 4^2$

$$= x^2 - 4x + 16$$

b,  $9x^2 + 12x + 4$

c,  $4x^2 - 12x + 9$

d,  $x^2 - 16$

**Bài 2: Thực hiện phép tính:**

a,  $(x - 3)^3$

b,  $(1 + 2x)^3$

c,  $\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\right)$

d,  $(x - 3y)(x^2 + 3xy + 9y^2)$

ĐS:

a,  $x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

b,  $1 + 6x + 12x^2 + 8x^3$

c,  $x^3 + \frac{1}{8}$

d,  $x^3 - 27y^3$

**Bài 3: Viết các biểu thức dưới dạng bình phương của một tổng hoặc hiệu:**

a,  $9x^2 - 12x + 4$

b,  $\frac{x^2}{4} + x + 1$

c,  $4x^2y^4 - 12xy^2 + 9$

d,  $(x + y)^2 - 4(x + y) + 4$

ĐS:

a,  $(3x - 2)^2$

b,  $\left(\frac{x}{2} + 1\right)^2$

c,  $(2xy^2 - 3)^2$

d,  $[(x + y) - 2]^2$

**Bài 4: Chứng minh các đẳng thức sau:**

$$a, \frac{a + b^2 - (a - b)^2}{4} = ab$$

$$b, 2(x^2 + y^2) = (x + y)^2 + (x - y)^2$$

ĐS:

$$a, \frac{a + b^2 - (a - b)^2}{4} = ab$$

$$\begin{aligned} \text{Xét VT} &= \frac{a + b^2 - (a - b)^2}{4} \\ &= \frac{a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2)}{4} \end{aligned}$$

$$= \frac{4ab}{4}$$

$$= ab = \text{VP (đpcm)}$$

$$b, 2(x^2 + y^2) = (x + y)^2 + (x - y)^2$$

$$\begin{aligned} \text{Xét VP} &= (x + y)^2 + (x - y)^2 \\ &= x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 2xy + y^2 \\ &= 2x^2 + 2y^2 \\ &= 2x^2 + y^2 = \text{VT (đpcm)} \end{aligned}$$

### **Bài 5: Rút gọn biểu thức:**

$$a, A = (2x - 1)^2 - 2(2x - 3)^2 + 4$$

$$b, B = (3x + 2)^2 + 2.(2 + 3x)(1 - 2y) + (2y - 1)^2$$

$$c, C = (x^2 + 2xy)^2 + 2(x^2 + 2xy)y^2 + y^4$$

$$d, D = x - 1^3 + 3x(x - 1)^2 + 3x^2(x - 1) + x^3$$

ĐS:

$$a, A = -4x^2 + 20x - 13$$

$$\begin{aligned} b, B &= (3x + 2) + (1 - 2y)^2 \\ &= (3x - 2y + 3)^2 \end{aligned}$$

$$c, C = [x^2 + 2xy + y^2]^2$$

$$= (x^2 + 2xy + y^2)^2$$

$$= [x + y^2]^2$$

$$= (x + y)^4$$

$$d, D = [x - 1 + x]^3$$

$$= (2x - 1)^3$$

**Bài 6: Rút gọn biểu thức:**

$$a, N = (2x + 3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2)$$

$$b, P = (x - y)(x^2 + xy + y^2) - (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$c, Q = (x^2 - 2y)(x^4 + 2x^2y + 4y^2) - x^3(x - y)(x^2 + xy + y^2) + 8y^3$$

ĐS:

$$a, N = [(2x)^3 + (3y)^3]$$

$$= (8x^3 + 27y^3)$$

$$b, P = [(x^3 - y^3) - (x^3 + y^3)]$$

$$= -2y^3$$

$$c, Q = [x^2^3 - (2y)^3] - x^3(x^3 - y^3) + 8y^3$$

$$= x^6 - 8y^3 - x^6 + x^3y^3 + 8y^3$$

$$= x^3y^3$$

**Bài 7: Tính giá trị của các biểu thức sau:**

$$a, A = 25x^2 - 10xy^2 + y^4 \text{ tại } x = 5, y = 4$$

$$b, B = (x + 3)^2 + (x - 3)(x + 3) - 2(x + 2)(x - 4); \text{ với } x = -\frac{1}{2}$$

$$c, C = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3 \text{ tại } x = 4, y = 6$$

$$d, D = \left(\frac{x}{2} - y\right)^3 - 6\left(y - \frac{x}{2}\right)^2 + 12\left(y - \frac{x}{2}\right) - 8 \text{ tại } x = 206, y = 1$$

$$e, E = 27x^3z^6 - 54x^2yz^4 + 36xy^2z^2 - 8y^3 \text{ tại } x = 25, y = 150, z = 2$$

$$f, F = (6x + 2)(9x^2 - 3x + 1) - (x + 1)(x^2 - x + 1) \text{ tại } x = \frac{1}{2}$$

ĐS:

$$a, A = 81$$

$$b, B = 11$$

$$c, C = 0$$

$$d, D = 997552$$

$$e, E = 0$$

$$f, F = \frac{61}{8}$$

**Bài 8: Tính nhanh:**

$$a, 29^2$$

$$b, 62.58$$

$$c, 102^2$$

$$d, 101^3$$

$$e, 91^3 + 3.91^2.9 + 3.91.9^2 + 9^3$$

$$f, 18^3 - 3.18^2.8 + 3.18.8^2 - 2^9$$

$$g, 18^3 + 2^3$$

$$h, 23^3 - 27$$

ĐS:

$$a, 29^2$$

$$= (30 - 1)^2$$

$$= 841$$

$$b, 62.58$$

$$= (60 + 2)(60 - 2)$$

$$= 60^2 - 2^2$$

$$= 3596$$

$$c, 102^2$$

$$= (100 + 2)^2$$

$$= 10404$$

$$d, 101^3$$

$$= (100 + 1)^3$$

$$= 1030301$$

$$e, 91^3 + 3.91^2.9 + 3.91.9^2 + 9^3$$

$$= (91 + 9)^3$$

$$= 100^3$$

$$= 1000000$$

$$f, 18^3 - 3.18^2.8 + 3.18.8^2 - 2^9$$

$$= (18 - 8)^3$$

$$= 10^3$$

$$= 1000$$

$$g, 18^3 + 2^3$$

$$= (18 + 2)^3 - 3.18.2(18 + 2)$$

$$= 20^3 - 6.18.20$$

$$= 5840$$

$$h, 23^3 - 27$$

$$= 23^3 - 3^3$$

$$= (23 - 3)^3 + 3.23.3.(23 - 3)$$

$$= 20^3 + 9.23.20$$

$$= 12140$$

**Bài 9: Tính giá trị biểu thức:**

a,  $A = 2(x^3 + y^3) - 3(x^2 + y^2)$  biết  $x + y = 1$

b,  $B = x^3 + y^3 + 3xy$  biết  $x + y = 1$

c,  $C = 8x^3 - 27y^3$  biết  $xy = 4$  và  $2x - 3y = 5$

ĐS:

a,  $A = -1$

b,  $B = 1$

$C = 485$

**Bài 10: Chứng minh các biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến x:**

a,  $A = 3(x - 1)^2 - (x + 1)^2 + 2(x - 3)(x + 3) - (2x + 3)^2 - (5 - 20x)$

b,  $B = -x(x + 2)^2 + (2x + 1)^2 + (x + 3)(x^2 - 3x + 9) - 1$

ĐS:

a,  $A = -30$

b,  $B = 27$

**Bài 11: Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức:**

a,  $A = x^2 + x - 2$

b,  $B = x^2 + x - 3$

c,  $C = x^2 + y^2 - 3x + 2y + 3$

d,  $D = x^2 + 10y^2 - 6xy - 10y + 26$

ĐS:

a,  $A = x^2 + x - 2$

Ta có:  $A = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} \geq -\frac{9}{4}$  với mọi x

$\Rightarrow A_{\min} = -\frac{9}{4}$  khi  $x = -\frac{1}{2}$

b,  $B = x^2 + x - 3$

Ta có:  $B = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{13}{4} \geq -\frac{13}{4}$  với mọi x

$\Rightarrow B_{\min} = -\frac{13}{4}$  khi  $x = -\frac{1}{2}$

c,  $C = x^2 + y^2 - 3x + 2y + 3$

Ta có:  $C = \left(x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right) + (y^2 + 2y + 1) - \frac{1}{4}$

$= \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (y + 1)^2 - \frac{1}{4} \geq -\frac{1}{4}$  với mọi x

$\Rightarrow C_{\min} = -\frac{1}{4}$  khi  $x = \frac{3}{2}$  và  $y = -1$

d,  $D = x^2 + 10y^2 - 6xy - 10y + 26$

$$\text{Ta có: } D = x^2 - 6xy + 9y^2 + (y^2 - 10y + 25) + 1$$

$$= x - 3y^2 + (y - 5)^2 + 1 \geq 1 \text{ với mọi } x$$

$$\Rightarrow D_{\min} = 1 \text{ khi } x = 15, y = 5$$

**Bài 12: Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:**

a,  $A = 12x - 4x^2 + 3$

b,  $B = 6x - x^2 + 3$

c,  $C = 12x - 8y - 4x^2 - y^2 + 1$

d,  $D = 2x - 6y - x^2 - y^2 - 2$

ĐS:

a,  $A = 12x - 4x^2 + 3$

Ta có:  $A = -2x - 3^2 + 12 \leq 12$  với mọi  $x$

$$\Rightarrow A_{\max} = 12 \text{ khi } x = \frac{3}{2}$$

b,  $B_{\max} = 12$  khi  $x = 3$

c,  $C_{\max} = 26$  khi  $x = \frac{3}{2}$  và  $y = -4$

d,  $D_{\max} = 8$  khi  $x = 1$  và  $y = -3$

**Bài 13: Chứng minh rằng với mọi a, b, c ta luôn có:**

$$(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b)(b + c)(c + a)$$

ĐS: Hướng dẫn:

Đặt  $a + b = A, B = c$

Ta có: VT =  $(a + b + c)^3$

$$= A + B^3 = A^3 + B^3 + 3A^2B + 3AB^2$$

Thay vào ta được:

$$A + B^3 = A^3 + B^3 + 3A^2B + 3AB^2$$

$$= (a + b)^3 + c^3 + 3(a + b)^2.c + 3(a + b)c^2$$

$$= a^3 + b^3 + c^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 3(a + b)^2.c + 3(a + b)c^2$$

$$= a^3 + b^3 + c^3 + 3ab(a + b) + 3(a + b)^2.c + 3(a + b)c^2$$

$$= a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b)[ab + (a + b).c + c^2]$$

$$= a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b)(ab + ac + bc + c^2)$$

$$= a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b)[a(b + c) + c(b + c)]$$

$$= a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b)(b + c)(a + c) = VP \text{ (dpcm)}$$