

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KÌ I MÔN TOÁN KHỐI 8**PHẦN 1. MỤC TIÊU****• ĐẠI SỐ:**

- HS được ôn tập và củng cố lại các kiến thức về nhân, chia đa thức, bảy hằng đẳng thức đáng nhớ, các phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử - Áp dụng giải các dạng bài tập có liên quan.
- HS được ôn lại các phép toán về cộng trừ, nhân, chia phân thức đại số - Áp dụng giải các dạng bài tập có liên quan.
- Rèn luyện tính cẩn thận khi thực hành, luyện tập làm các tập tổng hợp về rút gọn phân thức - Áp dụng giải các dạng bài tập có liên quan.

• HÌNH HỌC:

- HS được ôn lại: Định nghĩa, các dấu hiệu nhận biết, tính chất các tứ giác đặc biệt như: hình thang, hình bình hành, hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông.
- Ôn lại công thức tính diện tích một số tứ giác đặc biệt như: Diện tích hình chữ nhật, diện tích hình vuông, diện tích tam giác.
- Rèn luyện kỹ năng vẽ hình, phân tích đề bài tìm hướng giải, kỹ năng trình bày bài cho HS.

PHẦN 2. NỘI DUNG ÔN TẬP**A. LÝ THUYẾT**

- 1) Học thuộc các quy tắc nhân, chia đơn thức với đơn thức, đơn thức với đa thức, phép chia hai đa thức 1 biến.
- 2) Nắm vững và vận dụng được 7 hằng đẳng thức - các phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử.
- 3) Nêu tính chất cơ bản của phân thức, các quy tắc đổi dấu - quy tắc rút gọn phân thức, tìm mẫu thức chung, quy đồng mẫu thức.
- 4) Học thuộc các quy tắc: cộng, trừ, nhân, chia các phân thức đại số.
- 5) Nêu định nghĩa tứ giác, định lý tổng các góc trong 1 tứ giác.
- 6) Định nghĩa hình thang, hình thang cân, tính chất & dấu hiệu nhận biết hình thang cân.
- 7) Định nghĩa, tính chất đường trung bình của tam giác, hình thang.
- 8) Định nghĩa, tính chất & dấu hiệu nhận biết hình bình hành, hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông.
- 9) Định nghĩa về 2 điểm đối xứng với nhau qua 1 đường thẳng, qua 1 điểm. Tính chất của các hình đối xứng với nhau qua 1 điểm, qua 1 đường thẳng.
- 10) Các tính chất về diện tích đa giác, công thức tính diện tích hình chữ nhật, hình vuông, tam giác.

B. BÀI TẬP**DANG 1: BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.**

Câu 1. Kết quả của tích $(2x^3 - 3xy + 12x)\left(\frac{-1}{6}xy\right)$ là:

A. $\frac{-1}{3}x^4y + \frac{1}{2}x^2y^2 - 2xy^2$

B. $\frac{-1}{3}x^4y + \frac{1}{2}x^2y^2 + 2xy^2$

C. $\frac{-1}{3}x^4y + \frac{1}{2}x^2y^2 - 2x^2y^2$

D. $\frac{-1}{3}x^4y + \frac{1}{2}x^2y^2 - 2x^2y$

Câu 2. Xác định ba số tự nhiên liên tiếp biết tích hai số đầu nhỏ hơn tích giữa số đầu và số cuối là 9.

A. 9; 10; 11

B. 8; 9; 10

C. 10; 11; 12

D. 7; 8; 9

Câu 3. Phần dư của phép chia đa thức $x^4 - 2x^3 + x^2 - 3x + 1$ cho đa thức $x^2 + 1$ có hệ số tự do là:

A. 2

B. 3

C. 1

D. 4

Câu 4. Phân tích đa thức $x^3 + 13x^2 + x$ thành nhân tử ta được

A. $x^2(x+13)$

B. $x(x^2 + 13x)$

C. $x(x^2 + 13x + 1)$

D. $x(x^2 + 13x + x)$

Câu 5. Cho $ab(x-5) - a^2(5-x) = a(x-5)(...)$. Biểu thức thích hợp điền vào dấu ... là:

A. $2a + b$

B. $1 + b$

C. $a^2 + ab$

D. $a + b$

Câu 6. Tính giá trị của biểu thức $M = \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 6x - 8$ tại $x = 24$

A. 1000

B. 3000

C. 2700

D. 6400

Câu 7. Phân tích đa thức $49y^2 - x^2 + 6x - 9$ ta được:

A. $(7y-x+3)(7y+x-3)$

B. $(7y-x-3)(7y+x-3)$

C. $(7y-x+3)(7y+x+3)$

D. $(7y-x-3)(7y-x+3)$

Câu 8. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = x^2 + 2x + 7$ bằng:

A. 7

B. 6

C. 9

D. Một kết quả khác

Câu 9. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $C = x^2 + y^2 - x + 6y + 10$ bằng:

A. 10

B. 16

C. $\frac{3}{4}$

D. Một kết quả khác

Câu 10. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \frac{x^2 - 4x + 1}{x^2}$ ($x \neq 0$) bằng:

A. 4

B. 1

C. -3

D. Một kết quả khác

Câu 11. Giá trị lớn nhất của biểu thức $M = (x-3)^3 + (-x-1)^3$ bằng:

A. -1

B. 1

C. -16

D. 16

Câu 12. Tìm x biết: $x(x+1) - x^2 + 8 = 0$

A. $x = 2$

B. $x = 4$

C. $x = 6$

D. $x = -8$

Câu 13. Tìm x biết: $2(x-1)^2 - 2x^2 = 4$

A. $x = 2$

B. $x = -2$

C. $x = \frac{1}{2}$

D. $x = \frac{-1}{2}$

Câu 14. Chọn câu đúng?

A. $\frac{(5a+5b)^2}{(3a+3b)^2} = \frac{5}{3}$.

B. $\frac{4x^3+4x^2}{x^2-1} = \frac{4x^2}{x^2+1}$.

C. $\frac{(5a+5b)^2}{(3a+3b)^2} = \frac{25}{9}$.

D. $\frac{b^2+b}{a+ab} = \frac{a}{b}$.

- A. $\frac{6y}{x^2}$. B. $\frac{6y}{x}$ C. $\frac{x}{6y}$ D. $\frac{x}{9y^2}$

Câu 23. Với $B \neq 0$, kết quả phép cộng $\frac{A}{B} + \frac{C}{B}$

- A. $\frac{A.C}{B}$. B. $\frac{A+C}{B}$ C. $\frac{A+C}{B^2}$ D. $\frac{A+C}{2B}$

Câu 24. Phép tính $\frac{24xy^2z^2}{12x^2z} \cdot \frac{4x^2y}{6xy^4}$ có kết quả là

- A. $\frac{24z}{18y}$. B. $\frac{24xz}{18xy}$ C. $\frac{4x}{3y}$ D. $\frac{4z}{3y}$

Câu 25. Cho phân thức $P = \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2}$, Tìm điều kiện của x để phân thức xác định

- A. $x = 2$. B. $x \neq 2$ C. $x > 2$ D. $x < 2$

Câu 26. Cho $P = \frac{1}{x+1} - \frac{x^3 - x}{x^2 + 1} \left(\frac{1}{x^2 + 2x + 1} - \frac{1}{x^2 - 1} \right)$ với $x \neq \pm 1$.

Tính giá trị biểu thức P tại x thỏa mãn $|x - 1| = 2$.

- A. $P = \frac{2}{5}$. B. $P = \frac{3}{10}$ C. $P = 0$ D. $P = \frac{5}{2}$

Câu 27. Hình bình hành là tứ giác có:..

- A. hai cạnh song song B. các cạnh đối song song
C. các góc bằng nhau D. các góc đối bù nhau

Câu 28. Hai đường chéo của hình chữ nhật thì:

- A. song song với nhau B. vuông góc với nhau
C. bằng nhau D. là các đường phân giác của các góc

Câu 29. Tứ giác nào sau đây vừa có tâm đối xứng vừa có trục đối xứng?

- A. Hình thang cân B. Hình thang C. Hình chữ nhật D. Hình bình hành

Câu 30. Một tứ giác là hình vuông nếu nó:

- A. có ba góc vuông B. là hình thoi có một góc vuông
C. là hình bình hành có một góc vuông D. là hình thang có hai góc vuông

Câu 31. Hình thang cân là hình thang:

- A. có hai cạnh bên bằng nhau B. có hai cạnh đáy bằng nhau
C. có hai góc kề một cạnh bên bù nhau D. có hai góc kề một đáy bằng nhau

Câu 32. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hình thang cân có một góc vuông là hình chữ nhật.
B. Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.
C. Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình chữ nhật.
D. Tứ giác có bốn góc bằng nhau là hình chữ nhật.

Câu 33. Hình vuông có bao nhiêu trục đối xứng?

- A. Không có trục đối xứng B. Có 3 trục đối xứng
C. Có 2 trục đối xứng D. Có 4 trục đối xứng

Câu 34. Một hình vuông có cạnh là 2 dm. Độ dài đường chéo của hình vuông đó là:

- A. $\sqrt{32}$ dm B. $\sqrt{8}$ dm C. $\sqrt{2}$ dm D. 4 dm

Câu 35. Một hình chữ nhật có kích thước hai cạnh kề là 5 cm và 12 cm. Độ dài đường chéo hình chữ nhật là:

- A. 7 cm B. 13 cm C. 15 cm D. 17 cm

Câu 36. Cho tam giác ABC vuông tại A có AB = 8 cm; BC = 10 cm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và BC. Khi đó, độ dài MN là:

- A. 4 cm B. 3 cm C. 9 cm D. 5 cm

Câu 37. Cho tam giác ABC có AM là đường trung tuyến. Ta có:

- A. $S_{ABM} = 2S_{ABC}$ B. $S_{ABM} = S_{ABC}$ C. $S_{AMC} = S_{ABC}$ D. $S_{ABC} = 2S_{ABM}$

Câu 38. Tam giác ABC vuông tại A có AB = 6 cm; BC = 10 cm. Diện tích ΔABC là:

- A. 60 cm^2 B. 48 cm^2 C. 30 cm^2 D. 24 cm^2

Câu 39. Hình vuông có đường chéo dài 8 cm thì diện tích của hình vuông đó là:

- A. 32 cm^2 B. 64 cm^2 C. 16 cm^2 D. Không tính được

Câu 40. Cho hình chữ nhật ABCD có AB = 4cm; AC = 5cm. Diện tích hình chữ nhật ABCD bằng:

- A. 12 cm^2 B. 20 cm^2 C. 15 cm^2 D. 6 cm^2

Câu 41. Cho tứ giác ABCD. Gọi E, F, G, H theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Tìm điều kiện của tứ giác ABCD để tứ giác EFGH hình chữ nhật là:

- A. Tứ giác ABCD có hai cạnh đối bằng nhau.
 B. Tứ giác ABCD có một góc vuông.
 C. Tứ giác ABCD có hai đường chéo vuông góc.
 D. Tứ giác ABCD có hai đường chéo bằng nhau.

Câu 42. Cho tứ giác ABCD. Gọi E, F, G, H theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Tìm điều kiện của tứ giác ABCD để tứ giác EFGH là hình thoi là:

- A. Tứ giác ABCD có hai cạnh kề bằng nhau.
 B. Tứ giác ABCD có một góc vuông.
 C. Tứ giác ABCD có hai đường chéo vuông góc.
 D. Tứ giác ABCD có hai đường chéo bằng nhau.

Câu 43. Cho tứ giác ABCD. Gọi E, F, G, H theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Tìm điều kiện của tứ giác ABCD để tứ giác EFGH là hình vuông là:

- A. Tứ giác ABCD có hai cạnh đối bằng nhau.
 B. Tứ giác ABCD có hai đường chéo vuông góc.
 C. Tứ giác ABCD có hai đường chéo bằng nhau.
 D. Hai đường chéo bằng nhau và vuông góc với nhau.

Câu 44. Cho tam giác ABC, qua điểm D thuộc cạnh BC, kẻ các đường thẳng song song với AB và AC, cắt AC và AB theo thứ tự ở E và F. Điểm D ở vị trí nào trên BC thì AEDF là hình thoi?

- A. D là trung điểm của BC.
 B. D là chân đường cao kẻ từ A xuống BC

- C. D là giao điểm của đường phân giác góc BAC với BC .
 D. D nằm trên cạnh BC sao cho $BC = 3BD$.
- Câu 45.** Cho hình thang $ABCD$ gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của hai đáy và hai đường chéo của hình thang. Hình thang $ABCD$ phải có thêm điều kiện gì để tứ giác $MPNQ$ là hình thoi?
- A. Có hai cạnh bên bằng nhau
 B. Có một góc vuông.
 C. Có hai đường chéo vuông góc.
 D. Có hai góc kề một cạnh bằng nhau.
- Câu 46.** Cho tam giác ABC , qua điểm D thuộc cạnh BC , kẻ các đường thẳng song song với AB và AC , cắt AC và AB theo thứ tự ở E và F . Tam giác ABC cần thêm điều kiện gì thì $AEDF$ là hình chữ nhật?
- A. Cân tại A .
 B. Vuông tại A .
 C. Góc B bằng 60° .
 D. Góc B bằng 30° .
- Câu 47.** Cho tam giác ABC , D là trung điểm BC . Qua D kẻ các đường thẳng song song với AB và AC , cắt AC và AB theo thứ tự ở E và F . Tam giác ABC cần thêm điều kiện gì thì $AEDF$ là hình vuông?
- A. Cân tại A
 B. Vuông tại A
 C. Vuông cân tại A
 D. Góc A bằng 60° .
- Câu 48.** Cho tam giác ABC . Gọi O là một điểm thuộc miền trong của tam giác. M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng OB, OC, AC, AB . Xác định vị trí của điểm O để tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật.
- A. O nằm trên đường cao hạ từ A xuống BC .
 B. O nằm trên đường phân giác góc A .
 C. O nằm trên đường trung tuyến kẻ từ A xuống BC .
 D. O nằm trên đường trung trực của BC .
- Câu 49.** Cho tam giác ABC vuông tại A , kẻ trung tuyến AD ($D \in BC$). Lấy điểm E đối xứng với A qua tâm D . Tìm thêm điều kiện của tam giác ABC để tứ giác $ABEC$ là hình vuông.
- A. Tam giác ABC cân tại A
 B. Tam giác ABC có góc B bằng 60°
 C. Tam giác ABC có góc B bằng 30°
 D. Tam giác ABC có góc B bằng 40°
- Câu 50.** Hình bình hành cần thêm điều kiện gì để trở thành hình vuông:
- A. Hai đường chéo bằng nhau;
 B. Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường;
 C. Hai cạnh kề bằng nhau;

A. $\frac{1}{x+1}$ B. $x+1$ C. $x-1$ D. $\frac{1}{x-1}$

Câu 62. Biến đổi biểu thức $\frac{1+\frac{1}{x}}{x-\frac{1}{x}}$ ta được kết quả là:

A. $\frac{1}{x+1}$ B. $x+1$ C. $x-1$ D. $\frac{1}{x-1}$

Câu 63. Rút gọn biểu thức $M = \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1}\right) : \frac{4x}{3x-3}$ được:

A. $M = \frac{12}{x+1}$ B. $M = \frac{3}{x+1}$ C. $M = \frac{-3}{x+1}$ D. $M = \frac{3}{x-1}$

Câu 64. Các số $x, y, z \neq 0$ thỏa mãn $x + y + z = 0$.

Khi đó giá trị của biểu thức $M = \frac{xy}{x^2 + y^2 - z^2} + \frac{yz}{y^2 + z^2 - x^2} + \frac{zx}{z^2 + x^2 - y^2}$ là:

A. $M = \frac{1}{2}$ B. $M = -\frac{1}{2}$ C. $M = -\frac{3}{2}$ D. $M = \frac{3}{2}$

Câu 65. Cho biểu thức $B = \frac{x-1}{x-2}$. Số giá trị $x \in \mathbb{Z}$ để B nhận giá trị nguyên là :

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 66. Số các giá trị x thỏa mãn $\frac{x^2-1}{8} + \frac{x^2-2}{7} = \frac{x^2-3}{6} + \frac{x^2-4}{5}$ là :

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 67. Biểu thức $P = \frac{x^2-x+7}{x^2-x+1}$ đạt giá trị lớn nhất khi :

A. $x = 0$ B. $x = 1$ C. $x = \frac{1}{2}$ D. $x = -\frac{1}{2}$

DANG 2: BIẾN ĐỔI ĐỒNG NHẤT ĐƠN THỨC, ĐA THỨC.

Bài 1. Rút gọn các biểu thức sau:

- a) $(6x+1)^2 + (6x-1)^2 - 2(1+6x)(6x-1)$
- b) $3x(x-2) - 5x(1-x) - 8(x^2-3)$
- c) $(7x-3)(2x+1) - (5x-2)(x+4) - 9x^2 + 17x$
- d) $(6x-5)(x+8) - (3x-1)(2x+3) - 9(4x-3)$
- e) $-3x(x+2)^2 + (x+3)(x-1)(x+1) - (2x-3)^2$
- f) $2x(x-4)^2 - (x+5)(x-2)(x+2) + 2(x-5)^2 - (x-1)^2$
- g) $(x-2)(x^2+2x+4) - (x-1)^3 + 7$
- h) $x(x-2)(x+2) + (x+3)(x^2-3x+9)$
- i) $(3x+2)^3 - 18x(3x+2) + (x-1)^3 - 28x^3 + 3x(x-1)$

Bài 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

- | | | |
|--------------------------------|-------------------------------|--------------------------|
| 1) $x^2 - y^2 - 2x + 2y$ | 7) $x^2y - x^3 - 9y + 9x$ | 13) $(x^2 + 1)^2 - 4x^2$ |
| 2) $2x + 2y - x^2 - xy$ | 8) $x^2(x - 1) + 16(1 - x)$ | 14) $x^2 - 4x - 5$ |
| 3) $3a^2 - 6ab + 3b^2 - 12c^2$ | 9) $3x^2 - 6x + 9x^2$ | 15) $x^2 + 8x + 15$ |
| 4) $x^2 - 25 + y^2 + 2xy$ | 10) $10x(x - y) - 6y(y - x)$ | 16) $81x^4 - 4$ |
| 5) $a^2 + 2ab + b^2 - ac - bc$ | 11) $3x^2 + 5y - 3xy - 5x$ | 17) $2x^2 + 3x - 5$ |
| 6) $x^2 - 2x - 4y^2 - 4y$ | 12) $x^5 - 3x^4 + 3x^3 - x^2$ | 18) $16x - 5x^2 - 3$ |

Bài 3. Tìm x, biết:

- a) $(x + 1)(x + 3) - x(x + 2) = 7$
 b) $2x(3x + 5) - x(6x - 1) = 33$
 c) $(3x^2 - x + 1)(x - 1) + x^2(4 - 3x) = \frac{5}{2}$
 d) $(12x - 5)(4x - 1) + (3x - 7)(1 - 16x) = 81$
 e) $(x - 3)(x^2 + 3x + 9) + x(5 - x^2) = 6x$
 f) $(x - 2)^3 - x(x + 1)(x - 1) + 6x^2 = 5$
 g) $(x - 2)^3 - (x + 5)(x^2 - 5x + 25) + 6x^2 = 11$
 h) $(x + 3)^3 - x(3x + 1)^2 + (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1) - 3x^2 = 54$

Bài 4. Làm tính chia

- | | |
|--|---|
| 1) $(x^3 - 3x^2 + x - 3) : (x - 3)$ | 2) $(2x^4 - 5x^2 + x^3 - 3 - 3x) : (x^2 - 3)$ |
| 3) $(x - y - z)^5 : (x - y - z)^3$ | 4) $(x^2 + 2x + x^2 - 4) : (x + 2)$ |
| 5) $(2x^3 + 5x^2 - 2x + 3) : (2x^2 - x + 1)$ | 6) $(2x^3 - 5x^2 + 6x - 15) : (2x - 5)$ |

Bài 5.

- 1) Tìm n để đa thức $x^4 - x^3 + 6x^2 - x + n$ chia hết cho đa thức $x^2 - x + 5$.
 2) Tìm n để đa thức $3x^3 + 10x^2 - 5 + n$ chia hết cho đa thức $3x + 1$.
 3) Tìm tất cả các số nguyên n để $2n^2 + n - 7$ chia hết cho $n - 2$.

DẠNG 3: BIẾN ĐỔI ĐỒNG NHẤT PHÂN THỨC ĐẠI SỐ.

Bài 6. Cho biểu thức: $P = \frac{1}{x+5} + \frac{2}{x-5} - \frac{2x+10}{(x+5)(x-5)}$

- a) Tìm điều kiện xác định của P.
 b) Rút gọn biểu thức P.
 c) Cho $P = -3$. Tính giá trị của biểu thức $Q = 9x^2 - 42x + 49$.

Bài 7. Cho biểu thức: $P = \frac{3}{x+3} + \frac{1}{x-3} - \frac{18}{9-x^2}$

- a) Tìm điều kiện xác định của P.
 b) Rút gọn biểu thức P.
 c) Tìm giá trị của x để $P = 4$.

Bài 8. Cho biểu thức: $A = \frac{x^2}{x^2-4} - \frac{x}{x-2} + \frac{2}{x+2}$

- a) Với điều kiện nào của x thì giá trị của biểu thức A được xác định?
 b) Rút gọn biểu thức A.
 c) Tìm giá trị của biểu thức A tại $x = 1$.

Bài 9. Cho biểu thức: $P = \frac{2}{2x+3} + \frac{3}{2x+1} - \frac{6x+5}{(2x+3)(2x+1)}$

- Tìm điều kiện xác định của P.
- Rút gọn biểu thức P.
- Tìm giá trị của x để $P = -1$.

Bài 10. Cho biểu thức: $P = \frac{x^2+2x}{2x+10} + \frac{x-5}{x} + \frac{50-5x}{2x(x+5)}$.

- Tìm điều kiện xác định của P.
- Rút gọn biểu thức P.
- Tìm giá trị của x để $P = 0$; $P = \frac{1}{4}$.
- Tìm giá trị của x để $P > 0$; $P < 0$.

Bài 11. Cho biểu thức: $P = \frac{x+2}{x+3} - \frac{5}{x^2+3x-2x-6} + \frac{1}{2-x}$

- Tìm điều kiện xác định của P.
- Rút gọn biểu thức P.
- Tìm x để $P = \frac{-3}{4}$.
- Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức P cũng có giá trị nguyên.
- Tính giá trị của biểu thức P khi $x^2 - 9 = 0$.

Bài 12. Cho biểu thức $P = \left(\frac{a+1}{2a-2} + \frac{1}{2-2a^2} \right) \cdot \frac{2a+2}{a+2}$

- Tìm điều kiện của a để giá trị của biểu thức P được xác định?
- Rút gọn biểu thức P.
- Tính giá trị của P khi $|a| = 2$

Bài 13. Cho biểu thức: $B = \left(\frac{x+2}{2-x} - \frac{4x^2}{x^2-4} - \frac{2-x}{x+2} \right) : \frac{2x^2-x}{x^2-2x}$

- Rút gọn B.
- Tính giá trị của B sau khi rút gọn với $|x| = 3$.
- Tính giá trị nguyên của x để B nguyên.

Bài 14. Cho biểu thức $A = \left(\frac{2a}{a+3} - \frac{a}{3-a} - \frac{3a^2+3}{a^2-9} \right) : \frac{a+1}{a-3}$

- Rút gọn A và tìm điều kiện xác định A.
- Tính giá trị của A sau khi rút gọn khi $|a| = 2$.
- Tìm giá trị nguyên của a để A nguyên.

Bài 15. Cho biểu thức $A = \left(\frac{x}{x^2-4} + \frac{1}{x+2} - \frac{2}{x-2} \right) : \left(1 - \frac{x}{x+2} \right)$

- Tìm điều kiện để giá trị phân thức A được xác định.
- Rút gọn phân thức A rồi tính giá trị của biểu thức tại $x = -4$

Bài 16. Cho biểu thức $A = \left(\frac{4x}{x^2 - 4} + \frac{2x - 4}{x + 2} \right) \cdot \frac{x + 2}{2x} + \frac{2}{2 - x}$ (với $x \neq 0$; $x \neq -2$; $x \neq 2$)

- Rút gọn biểu thức A.
- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.
- Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên.

DANG 4: BÀI TOÁN HÌNH TỔNG HỢP.

Bài 17. Cho ΔABC vuông tại A, đường trung tuyến AM. Gọi H là điểm đối xứng của M qua AB, E là giao điểm của MH và AB. Gọi K là điểm đối xứng của M qua AC, F là giao điểm của MK và AC.

- Tứ giác AEMF là hình gì? Vì sao?
- Tứ giác AMBH là hình gì? Vì sao?
- Chứng minh H đối xứng với K qua A?
- Tam giác ABC có thêm điều kiện gì để tứ giác AEMF là hình vuông?

Bài 18. Cho tam giác MNP vuông tại N. Biết $MN = 6\text{cm}$; $NP = 8\text{cm}$; đường cao NH.

Qua H kẻ $HC \perp MN$, $HD \perp NP$.

- Chứng minh tứ giác HDNC là hình chữ nhật.
- Chứng minh: $NH.MP = MN.NP$.
- Tính độ dài CD.
- Tính diện tích tam giác NMH.

Bài 19. Cho tam giác ABC vuông tại C. Gọi D là trung điểm của AB. kẻ DM vuông góc với AC ($M \in AC$). Gọi E là điểm đối xứng với D qua BC, DE cắt BC tại N.

- Chứng minh tứ giác CMDN là hình chữ nhật.
- Tứ giác BDCE là hình gì ? Vì sao?
- Chứng minh: $S_{ABC} = 2S_{CMDN}$.
- Tam giác ABC cần có thêm điều kiện gì để tứ giác ABEC là hình thang cân?

Bài 20. Cho tam giác ABC vuông ở A, đường cao AH. Kẻ $HD \perp AB$ và $HE \perp AC$ ($D \in AB$, $E \in AC$). Gọi O là giao điểm của AH và DE.

- Chứng minh $AH = DE$.
- Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của BH và CH. Chứng minh tứ giác DEQP là hình thang vuông.
- Chứng minh O là trực tâm tam giác ABQ.
- Chứng minh $S_{ABC} = 2 S_{DEQP}$.

Bài 21. Cho hình vuông ABCD, M là trung điểm cạnh AB, P là giao điểm của hai tia CM và DA.

- Chứng minh tứ giác APBC là hình bình hành và tứ giác BCDP là hình thang vuông.
- Chứng minh $2S_{BCDP} = 3 S_{APBC}$.
- Gọi N là trung điểm BC, Q là giao điểm của DN và CM. Chứng minh $AQ = AB$.

Bài 22. Cho hình bình hành ABCD có $AB = 8\text{ cm}$, $AD = 4\text{ cm}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD.

- Chứng minh tứ giác AMCN là hình bình hành. Hỏi tứ giác AMND là hình gì?
- Gọi I là giao điểm của AN và DM, K là giao điểm của BN và CM.
Tứ giác MINK là hình gì?
- Chứng minh $IK \parallel CD$.

d) Hình bình hành ABCD cần thêm điều kiện gì thì tứ giác MINK là hình vuông? Khi đó, diện tích của MINK bằng bao nhiêu?

Bài 23. Cho tam giác ABC cân tại A, có $AB=5\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$, phân giác AM ($M \in BC$). Gọi O là trung điểm của AC, K là điểm đối xứng với M qua O.

- Tính diện tích tam giác ABC.
- Chứng minh $AK \parallel MC$.
- Tứ giác AMCK là hình gì? Vì sao?
- Tam giác ABC có thêm điều kiện gì thì tứ giác AMCK là hình vuông?

Bài 24. Cho tam giác ABC vuông tại A; E là một điểm thuộc cạnh BC. Gọi D, F lần lượt là các điểm đối xứng với E qua AB, AC.

- Chứng minh D và F đối xứng với nhau qua A.
- Tam giác DEF là tam giác gì? Vì sao?
- Chứng minh $BC = BD + CF$.
- Tứ giác BDFC là hình gì? Vì sao?
- Điểm E ở vị trí nào trên cạnh BC để tứ giác BDFC là hình bình hành?
- Tam giác vuông ABC có thêm điều kiện gì và khi đó E ở vị trí nào trên cạnh BC để tứ giác BDFC là hình chữ nhật?

Bài 25. Cho hình bình hành ABCD, $AB = 2AD$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD.

- Tứ giác APQD là hình gì? Vì sao?
- Gọi I là giao điểm của AQ và PD, gọi K là giao điểm của BQ và CP. Chứng minh tứ giác IPKQ là hình chữ nhật.
- Chứng minh $IK = AD$ và $IK \parallel AB$.
- Hình bình hành ABCD phải có thêm điều kiện gì để IPKQ là hình vuông?

DANG 5: BÀI TẬP NÂNG CAO.

Bài 26. Cho $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ và $a + b + c \neq 0$.

Tính giá trị của biểu thức: $N = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{(a + b + c)^2}$.

Bài 27. Cho $a + b + c = 0$; $x + y + z = 0$; $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0$.

Chứng minh rằng: $ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$.

Bài 28. Cho các số x, y thoả mãn đẳng thức: $5x^2 + 5y^2 + 8xy + 2x - 2y + 2 = 0$.

Tính giá trị của biểu thức: $M = (x + y)^{2010} + (x + 2)^{2011} + (y - 1)^{2012}$

Bài 29. Cho $a + b = 1$.

Tính giá trị của các biểu thức sau: $M = a^3 + b^3 + 3ab(a^2 + b^2) + 6a^2b^2(a + b)$.

Bài 30. Cho $xyz = 2020$

Chứng minh rằng: $\frac{2020x}{xy + 2020x + 2020} + \frac{y}{yz + y + 2020} + \frac{z}{xz + z + 1} = 1$

Bài 31. Cho a, b, c khác 0 và $a + b + c = 0$.

Rút gọn biểu thức: $A = \frac{a^2}{a^2 - b^2 - c^2} + \frac{b^2}{b^2 - c^2 - a^2} + \frac{c^2}{c^2 - a^2 - b^2}$

Bài 32. Cho hình thang ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai đáy BC và AD. Trên MN lấy điểm O tùy ý, qua O kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB ở P, cắt CD ở Q. Chứng minh $S_{MNP} = S_{MNQ}$.

Bài 33. Cho tam giác cân ABC, biết $AB = AC = 5\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$. Gọi O là trung điểm của đường cao AH. Các tia BO và CO cắt các cạnh AC và AB ở D và E. Tính diện tích tứ giác ADOE.

Bài 34. Cho tam giác ABC. Gọi D là trung điểm cạnh BC. Trên hai cạnh AB và AC lần lượt lấy hai điểm E và F. Chứng minh rằng: $S_{DEF} \leq \frac{1}{2}S_{ABC}$. Với vị trí nào của hai điểm E và F thì S_{DEF} đạt giá trị lớn nhất?

----- HẾT -----